

Prueba de Hipótesis

Hipótesis estadística: es una afirmación que se hace acerca de las características de una población y que pueden ser verdaderas o no. Estas características pueden ser la distribución de probabilidad de la población o el valor o valores del parámetro asociado a dicha población.

1. La población (V.A.) se distribuye como una normal con $\mu=100$.

2. La población (V.N.) se distribuye como una Poisson con $\lambda=8$.

En la práctica, generalmente, la distribución de probabilidad de la población se asume y solo se especifica el o los valores de los parámetros.

3. El ingreso promedio mensual de los trabajadores del área textil es S/. 1800.

4. El % de estudiantes de cierta universidad, que padecen una epidemia es 15%.

Una forma sencilla de especificar un procedimiento de prueba es definiendo dos conjuntos, que se llaman hipótesis nula e hipótesis alternativa.

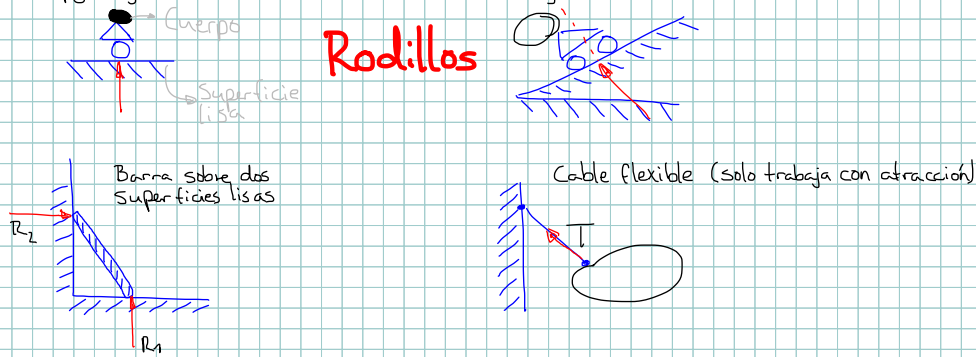
Hipótesis nula (H_0) \rightarrow es la primera afirmación que se va a someter a prueba para ser aceptada o rechazada. Debe ser lo conocido, aquello aquello que no cambia.

Hipótesis alternativa (H_a o H_1) \rightarrow generalmente es complementaria a la hipótesis nula y es aceptada como verdadera si la hipótesis nula es rechazada. Debe ser lo nuevo, lo que cambia.

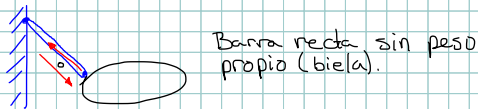
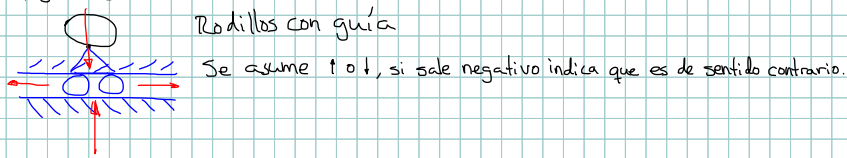
Equilibrio

Tipos de Apoyo:

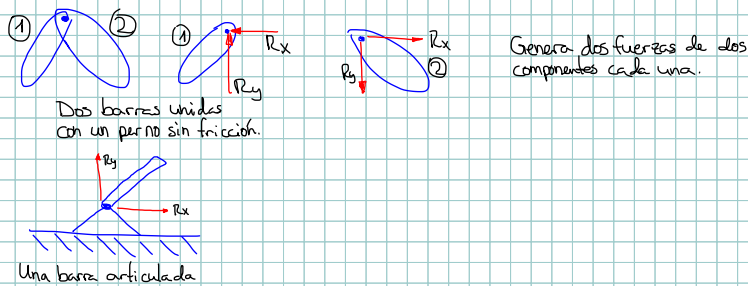
a. Apoyos cuya fuerza de reacción es de dirección conocida y sentido conocido.



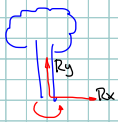
b. Apoyos cuya fuerza de reacción es de dirección conocida y sentido desconocido.



c. Apoyos cuya fuerza de reacción es de dirección y sentido desconocidos. (Articulación)



d. Apoyos cuya fuerza de reacción es de dirección y sentido desconocidos y momento de sentido desconocido. (Empotramiento)



Equilibrio en el plano:

Ecuaciones:

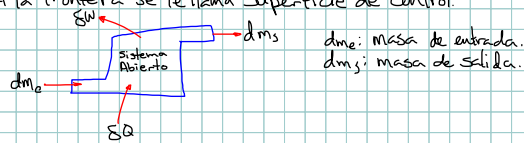
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_P = 0 \rightarrow M_z = 0$$

Principios de conservación de masa y energía en sistemas abiertos

Sistema cerrado o volumen de control. Intercambia masa con sus alrededores.
A la frontera se le llama Superficie de control.



dm_e : masa de entrada.
 dm_s : masa de salida.

Ejemplos:

- Válvulas
- Bombas
- Columna de separación
- Bomba y cisterna

Ley de la conservación de masa \rightarrow la masa no se crea ni se destruye.

Por lo tanto:
 $dm_e - dm_s = dm_{s,abierto}$

Dividiendo entre dt :

$$\frac{dm_e}{dt} - \frac{dm_s}{dt} = \frac{dm_{s,abierto}}{dt}, \text{ donde:}$$

$\dot{m} = dm/dt$ = flujo másico (kg/h ; kg/s)

$\dot{m} = \rho VA$, donde: ρ = densidad (kg/m^3), V = Velocidad (m/s), A = Área de flujo (m^2)

$$\dot{m} = \rho \cdot V \quad \text{flujo volumétrico o caudal (V \cdot A)}$$

$$\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s = \frac{dm_{s,abierto}}{dt} \quad \text{Ecuación de Continuidad}$$

Casos especiales:

- Sistema cerrado: no hay entrada ni salida de masa.
- Sistema abierto en estado estable: las propiedades del sistema no cambian con el tiempo.

Formas Particulares:

Para líquidos incompresibles:

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$V_e \cdot A_e = V_s \cdot A_s$$

Para gas ideal:

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

$$\frac{\rho_e \cdot V_e \cdot A_e}{T_e} = \frac{\rho_s \cdot V_s \cdot A_s}{T_s}$$

Para sustancias puras:

$$\rho = \frac{1}{V}$$

$$\frac{V_1 \cdot A_1}{V_1} = \frac{V_2 \cdot A_2}{V_2}$$

Ley de conservación de la energía: la energía no se crea ni se destruye

$$e_e dm_e + \delta Q - e_s dm_s - \delta W = d(em)_{s,abierto}$$



si solo hay una entrada y una salida: $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ (en estado estable)

$$\dot{m}(\Delta h + \Delta e_p + \Delta e_c) = \dot{Q} - \dot{W}$$

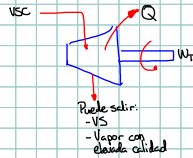
$$\Delta e_c = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2000} : \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$$

$$\Delta e_p = \frac{g \Delta z}{1000} : \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$$

Aplicaciones

1. Turbinas

Generan energía



Hay una GRAN caída de presión. } **IMPORTANTE**

Las pérdidas de calor a través de las paredes no suelen ser significativas. (Hay turbinas adiabáticas)

$$\dot{m}(\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = \dot{Q} - \dot{W}_T$$

$$\dot{m} \cdot \Delta h = \dot{Q} - \dot{W}_T$$

Para las turbinas a vapor la potencia entregada depende, fundamentalmente, de la diferencia de entalpía.

En las turbinas hidráulicas la energía potencial es muy importante.

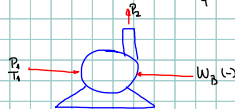
2. Compresores

Aumentan la energía de un gas, como consecuencia, aumentan su presión y temperatura.



3. Bombas

Tienen el mismo objetivo que los compresores PERO son para fluidos incompresibles.



$$\dot{m}(\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = \dot{Q} - \dot{W}_s$$

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho}$$

4. Toberas

Dispositivos que aumentan la velocidad de un fluido a expensas de su presión.

6. Válvulas de estrangulamiento

Restringen el flujo. Caída significativa en la presión.

$$\dot{m} \cdot \Delta h = 0$$

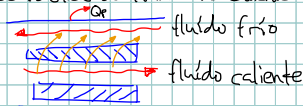
$$\hookrightarrow h_1 = h_2$$

7. Intercambiador de calor

Dos corrientes de fluido en movimiento intercambian calor sin mezclarse.

Generalmente se consideran como adiabáticos.

El calor se transfiere del fluido más caliente al más frío.



$$\dot{m}(\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = \dot{Q} - \dot{W}_T$$

$$\dot{m} \Delta h = \dot{Q}_p$$

Teoría de la Dualidad

Ejemplo: Hallar el dual del siguiente problema.

$$\begin{array}{l} \text{Max } z = 30x_1 + 20x_2 \\ \text{s.a.:} \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 36 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 48 \\ 10x_1 + 2,5x_2 \leq 70 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Max } z = 30x_1 + 20x_2 \\ \text{s.a.:} \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 36 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 48 \\ 10x_1 + 2,5x_2 \leq 70 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}} \right\} \text{Primal}$$

$$\begin{array}{l} \text{Min } w = 36y_1 + 48y_2 + 70y_3 \\ \text{s.a.:} \\ 3y_1 + 6y_2 + 10y_3 \geq 30 \\ 3y_2 + 3y_3 + 2,5y_3 \geq 20 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Min } w = 36y_1 + 48y_2 + 70y_3 \\ \text{s.a.:} \\ 3y_1 + 6y_2 + 10y_3 \geq 30 \\ 3y_2 + 3y_3 + 2,5y_3 \geq 20 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{array}} \right\} \text{Dual}$$

2. Hallar el dual de:

$$\begin{array}{l} \text{Min } z = 0,4x_1 + 0,5x_2 \\ \text{s.a.:} \\ 0,3x_1 + 0,1x_2 \leq 2,7 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 \geq 6 \\ 0,6x_1 + 0,4x_2 \geq 7 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \quad \text{acomodando el primal}$$

$$\begin{array}{l} \text{Max } z = -0,4x_1 - 0,5x_2 \\ \text{s.a.:} \\ 0,3x_1 + 0,1x_2 \leq 2,7 \\ -0,5x_1 - 0,5x_2 \leq 6 \\ -0,6x_1 - 0,4x_2 \leq -7 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Min } w = 2,7y_1 - 6y_2 - 7y_3 \\ \text{s.a.:} \\ 0,3y_1 - 0,5y_2 - 0,6y_3 \geq -0,4 \\ 0,1y_1 - 0,5y_2 - 0,4y_3 \geq -0,5 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Min } w = 2,7y_1 - 6y_2 - 7y_3 \\ \text{s.a.:} \\ 0,3y_1 - 0,5y_2 - 0,6y_3 \geq -0,4 \\ 0,1y_1 - 0,5y_2 - 0,4y_3 \geq -0,5 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{array}} \right\} \text{Dual}$$

Variable no restringida → puede tomar valores positivos y negativos.

$$\begin{array}{l} \text{Max } z = 2x_1 - 3x_2 \\ \text{s.a.:} \\ x_1 + 5x_2 = 11 \\ 7x_1 - 6x_2 \leq -22 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 33 \\ x_1 \geq 0, x_2: \text{no restringida} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Max } z = 2x_1 - 3x_2 \\ \text{s.a.:} \\ x_1 + 5x_2 = 11 \\ 7x_1 - 6x_2 \leq -22 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 33 \\ x_1 \geq 0, x_2: \text{no restringida} \end{array}} \right\} \text{Primal}$$

$$\begin{array}{l} \text{Min } w = 11y_1 - 22y_2 + 33y_3 \\ \text{s.a.:} \\ y_1 + 7y_2 + 9y_3 \geq 2 \\ 5y_1 - 6y_2 + 4y_3 = -3 \\ y_1: \text{no restringida} \\ y_2, y_3 \geq 0 \end{array}$$

Problema 1:

a. Base Óptima ≠ Solución Óptima

Var. básicas:	Var. no básicas:
$x_{(2)}, x_{(3)}, x_{(4)}$	$x_{(1)}$
Max_a_comprar(1)	Dispo. MO
Max_a_comprar(2)	Dispo. MP
Min_a_comprar(4)	Min_a_comprar(3)
= # de restricciones	

b. No, porque no existe variable de decisión con valor = 0. Tampoco existe variable de holgura o exceso con valor 0 y precio dual = 0.

c. $x_{(2)} = 0$, costo reducido = 0, 196 \$/und.

Si $x_{(2)} = 50$, las utilidades disminuirán, ya que el costo reducido es > 0.

Nueva utilidad: $9105,882 - 50(0,196) = 9096,082$

d. Utilidad de $x_{(2)} = 18$ \$/und.

Costo Reducido = 0,196 \$/und.

La utilidad de $x_{(2)}$ de ser por lo menos: $18 + 0,196 = 18,196$ \$/und.

e. Utilidad $x_{(3)} = 12$ \$/und.

Incremento: $12(0,18) = 2,16$ \$/und. ∴ No cambiara el plan óptimo

Incremento permisible: 11,843 \$/und. de producción. Es decir, la solución óptima.

Hay múltiples soluciones si hay por lo menos una variable de decisión con valor 0 y costo reducido 0 o por lo menos una variable de holgura o exceso con valor 0 y precio dual 0.

f. Rango de variación de la utilidad de x_1 :

$$16 - 1 \leq 16 \leq 16 + 16$$

$$15 \leq 16 \leq 32$$

Si el precio de venta es 30\$/und., el rango de variación permisible del precio de venta será:

$$15 + 14 \leq 16 + 14 \leq 32 + 14$$

$$29 \leq 30 \leq 46$$

Puede variar entre [29, 46] \$/und.

g. Lado derecho de la restricción min_a_comprar (3): 100 und.

Incremento deseado: $150 - 100 = 50$ und. \therefore Si es posible

Incremento permisible: 57,446 und. \therefore calcular el z^*

Precio dual min_a_comprar (3): -11,843 \$/und

Indica que se perjudicará z^* si el lado derecho de la restricción aumenta.

h. Precio dual MP: 9,412 \$/kg

Como el precio dual es positivo sí conviene incrementar la disponibilidad de mp porque el z^* aumentará.

Incremento actual: 100 \therefore Si se puede, porque la base

Incremento permisible: 180 \therefore óptima

Nueva utilidad: $9105,882 + 100(9,412) = \$10,047,092$

i. Reducción de MP: 120 kg \therefore Si se puede calcular el nuevo

Reducción permisible: 160 kg \therefore z^* porque la base óptima no cambia.

Nueva utilidad: $9105,882 - 120(9,412) = \$7,976,442$

j. ¿Cuántas variables de decisión posee el modelo dual asociado?

Tiene 6 variables de decisión, porque hay 6 restricciones.

k. ¿Cuántas variables no restringidas posee el modelo dual asociado?

Ninguna, porque no existe restricción con signo =.

l. Escriba la función objetivo del modelo dual.

$$W = 1400y_1 + 1000y_2 + 200y_3 + 120y_4 - 100y_5 - 120y_6$$

Si el incremento supera al incremento permisible, la base óptima cambia. Por lo que no se puede calcular a mano la nueva utilidad, se tendría que hacer los cambios en el modelo y correrlo en Lingo.